

# Mantıksal Sistem Tasarımı – BLM 201

## Hafta 2: Sayı Sistemleri ve Boolean Cebri



Fenerbahçe Üniversitesi

# Öğretim Elemanları

Öğretim Üyesi: Dr. Vecdi Emre Levent

Ofis: 311

Email: [emre.levent@fbu.edu.tr](mailto:emre.levent@fbu.edu.tr)

Asistan: Arş. Gör. Uğur Özbalkan

Ofis: 311

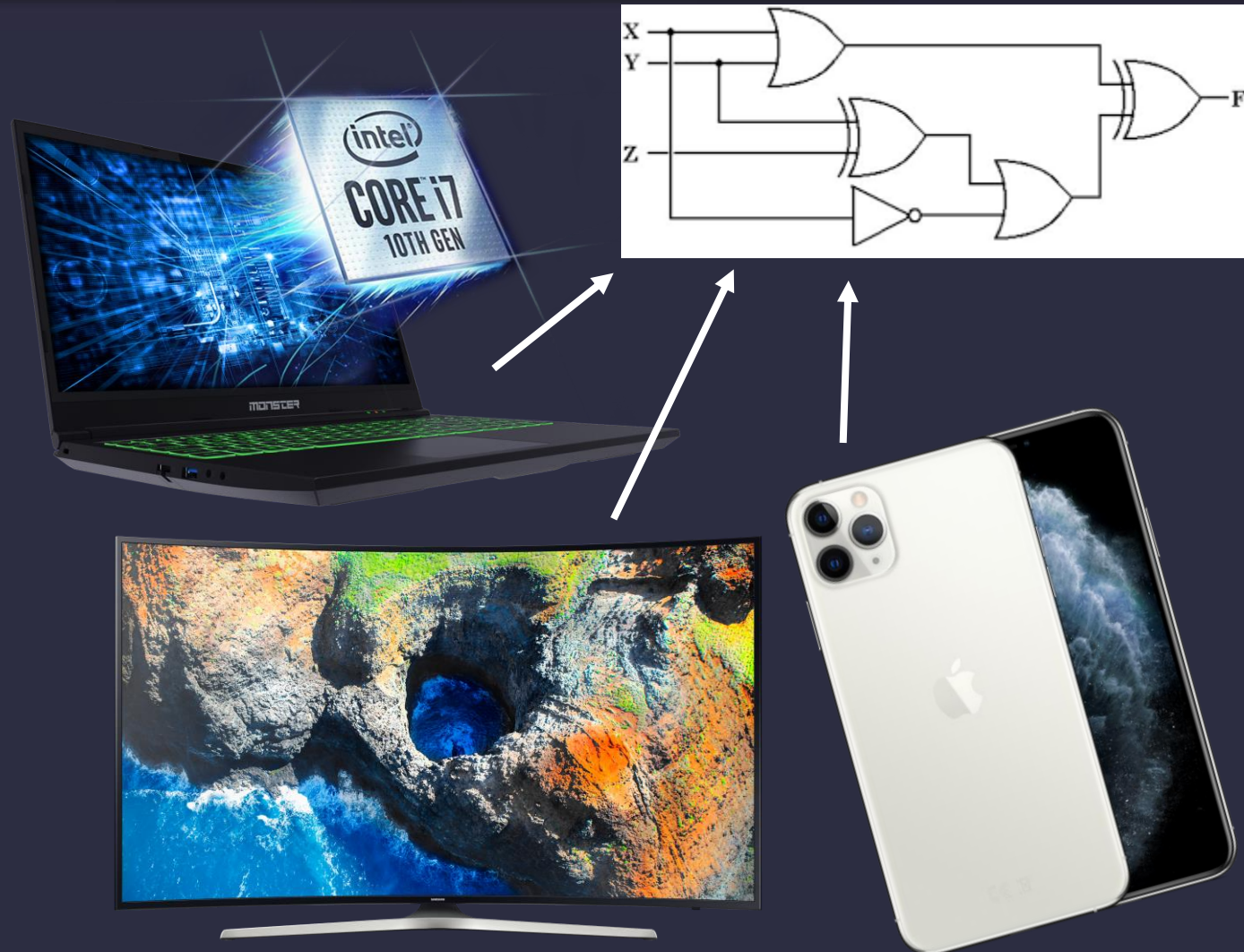
Email: [ugur.ozbalkan@fbu.edu.tr](mailto:ugur.ozbalkan@fbu.edu.tr)

# Ders Planı

- Sayı Sistemleri
- Boolean Cebri

# Neden Dijital Sistemler?

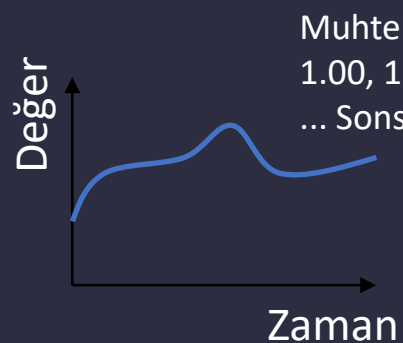
- Bilgisayar Donanımları
  - Donanımdan iyi anlayanlar, performans gerektiren uygulamalarda daha başarılı yazılımlar gerçekleyebilirler.
- Elektronik cihazların neredeyse tamamı dijitaldir
  - Dijital sistemler ile
    - Ses kaydediciler, kameralar, araçlar, telefonlar, medikal cihazlar...
    - Neredeyse her sektörde ihtiyaç duyulan donanımları geliştirilmesi
  - Gerek ülkemizde, gerekse yurtdışında oldukça gereksinim duyulan bir alandır. Farklı bir kariyer hedefi olabilir.



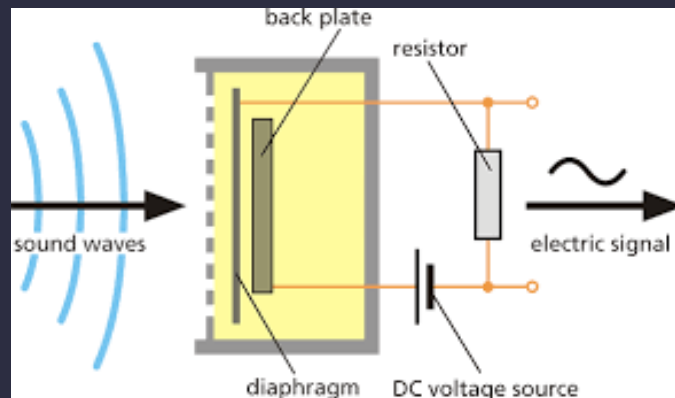
# Dijital Ne Demektir?

- Analog Sinyal
  - Sonsuz olası değeri bulunmaktadır
    - Örneğin, bir mikrofونun hat üzerinde yarattığı gerilim

Analog Sinyal

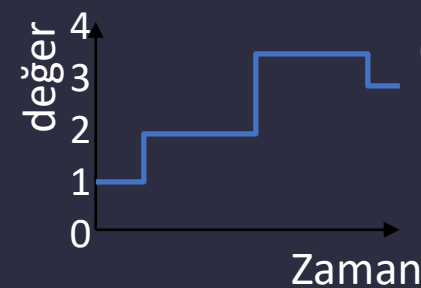
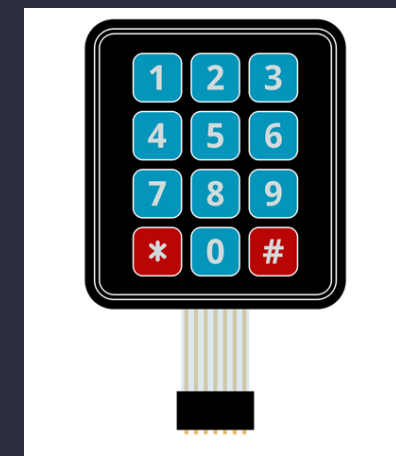
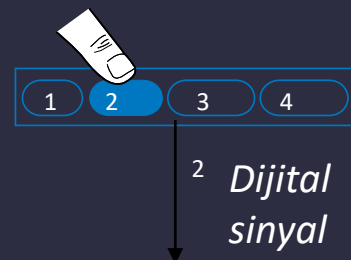


Muhtemel Değerler  
1.00, 1.01, 2.0000009,  
... Sonsuz olasılıklar



## • Dijital Sinyal

- Sonlu olası değerler
  - Örneğin: Bir tuş takımında butona basılması

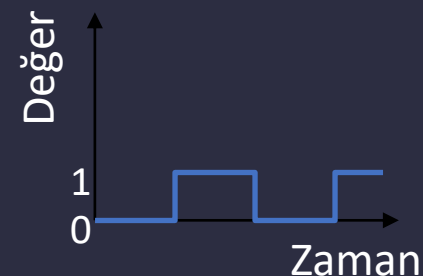


Muhtemel değerler:  
0, 1, 2, 3, veya 4.

Başka olası değer yoktur

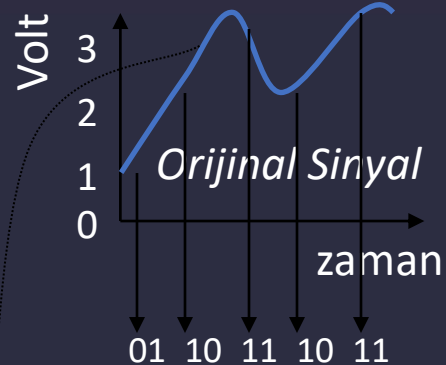
# Sadece İki Değere Sahip Dijital Sinyaller: Binary

- **Binary** dijital sinyaller, sadece iki olası değere sahiptir
  - Bunlar 0 ve 1 olarak gösterilirler
  - Bir binary rakam "bit" olarak ifade edilir.
  - Ders kapsamında, binary dijital sistemler göz önünde bulundurulacaktır.
  - Binary popülerdir, çünkü:
    - Transistörler, en temel dijital elektrik komponenti, iki voltaj değerinde çalışırlar (Yani var 1, yok 0 gibi)

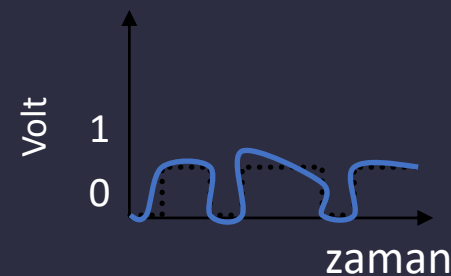
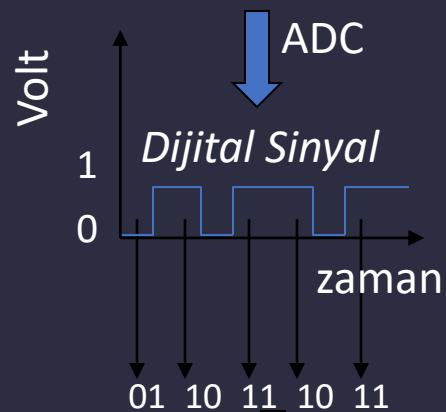


# Dijitalleşmenin Avantajları

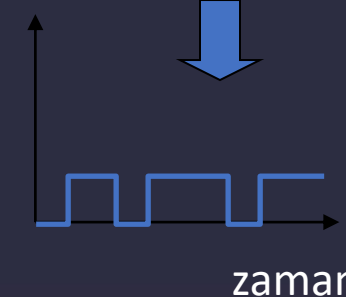
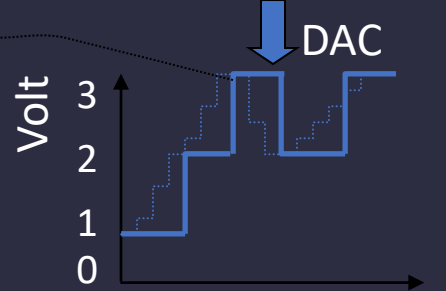
- Analog sinyal bozulmalara karşı çok korunaksızdır
  - Aktarım esnasında voltaj seviyeleri bir çok etkene göre bozulabilir.
- Dijital sinyalleri aktarım esnasında bozulmaya daha dayanıklıdır.
  - Voltaj seviyeleri halen mükemmel olarak konumazlar
  - Ancak biraz bozulmuş 1 ve 0'lerden söz edilebilir.



Nasıl Düzeltilebilir???



Bozulmuş 1 ve 0'lar kolaylıkla düzeltilebilir



## Dijitalleştirilmiş İçerik, Sıkıştırma Avantajları

- Dijitalleştirilmiş Ses'ler sıkıştırılabilir
  - Örn. MP3
- Sıkıştırma fotoğraflar (jpeg) veya video'lar (mpeg) üzerinde de yapılabilir
- Dijitalleşmenin bir çok farklı avantajı vardır

Örnek Sıkıştırma Tablosu

00 --> 0000000000

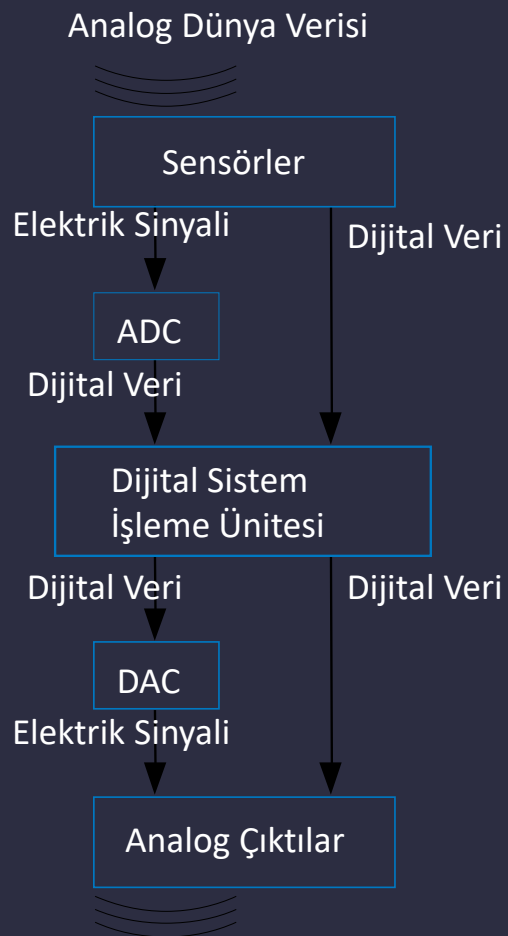
01 --> 1111111111

1X --> X

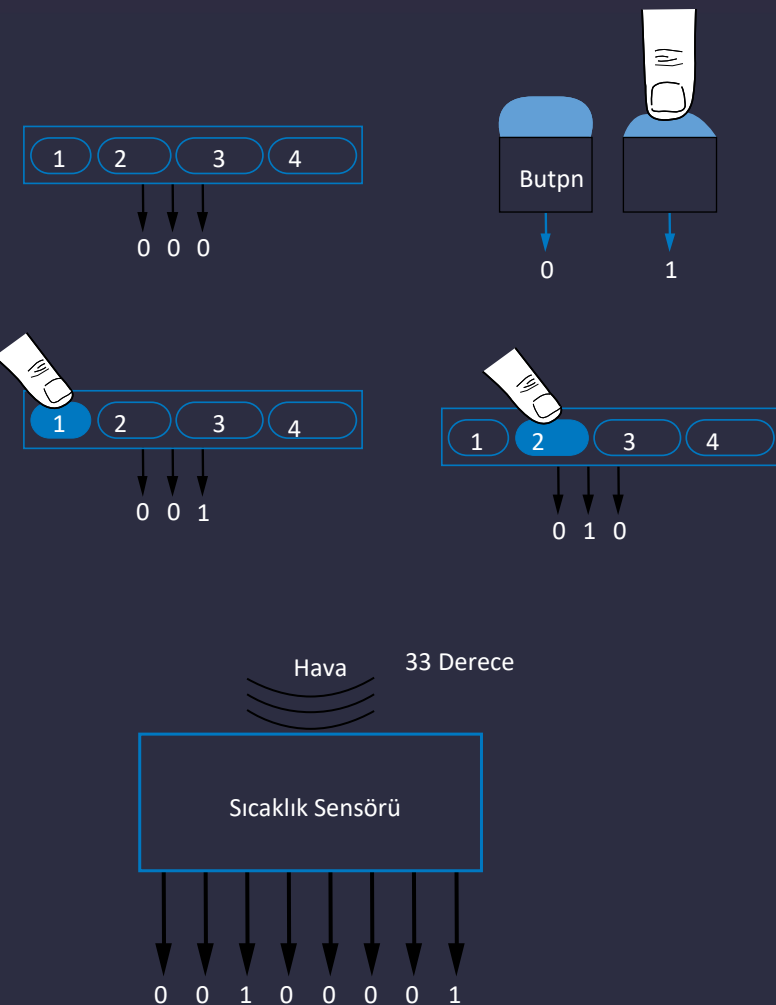
0000000000 0000000000 0000001111 1111111111  
↓ ↓ ↓ ↓  
00 00 10000001111 01



# Dijital Sistemlerde Binary Data Nasıl Kodlanır?



- Bazı girişler ikili çıkış verir
  - Buton basılı değil ise (0), basılı ise (1)
- Bazı girişler, dijital kodlanmış çıkış verir
  - Binary olarak kodlanırlar
  - Örn, çoklu buton: kodlama  
1. buton =001, 2. buton=010, ...
- Bazı girişler analog'dur
  - Dijital ortama geçmek için analog dijital dönüştürücü gerektirir.
- ADC (Analog Dijital Converter): Analog sinyali dijitale dönüştürür
- DAC (Dijital Analog Converter): Dijital sinyali analog'a dönüştürür



# ASCII Kodlaması

- ASCII: Her bir karakterin ve sembolün 8 bitlik karşılığının olduğu bir tablodur

Symbol	Encoding	Symbol	Encoding
R	1010010	r	1110010
S	1010011	s	1110011
T	1010100	t	1110100
L	1001100	l	1101100
N	1001110	n	1101110
E	1000101	e	1100101
O	0110000	9	0111001
.	0101110	!	0100001
<tab>	0001001	<space>	0100000

1010010 1000101 1010011 1010100

REST

Dec	Hx	Oct	Char	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr
0	0	000	<b>NUL</b> (null)	32	20	040	&#32;	Space	64	40	100	&#64;	@	96	60	140	&#96;	`
1	1	001	<b>SOH</b> (start of heading)	33	21	041	&#33;	!	65	41	101	&#65;	A	97	61	141	&#97;	a
2	2	002	<b>STX</b> (start of text)	34	22	042	&#34;	"	66	42	102	&#66;	B	98	62	142	&#98;	b
3	3	003	<b>ETX</b> (end of text)	35	23	043	&#35;	#	67	43	103	&#67;	C	99	63	143	&#99;	c
4	4	004	<b>EOT</b> (end of transmission)	36	24	044	&#36;	\$	68	44	104	&#68;	D	100	64	144	&#100;	d
5	5	005	<b>ENQ</b> (enquiry)	37	25	045	&#37;	%	69	45	105	&#69;	E	101	65	145	&#101;	e
6	6	006	<b>ACK</b> (acknowledge)	38	26	046	&#38;	&	70	46	106	&#70;	F	102	66	146	&#102;	f
7	7	007	<b>BEL</b> (bell)	39	27	047	&#39;	'	71	47	107	&#71;	G	103	67	147	&#103;	g
8	8	010	<b>BS</b> (backspace)	40	28	050	&#40;	(	72	48	110	&#72;	H	104	68	150	&#104;	h
9	9	011	<b>TAB</b> (horizontal tab)	41	29	051	&#41;	)	73	49	111	&#73;	I	105	69	151	&#105;	i
10	A	012	<b>LF</b> (NL line feed, new line)	42	2A	052	&#42;	*	74	4A	112	&#74;	J	106	70	152	&#106;	j
11	B	013	<b>VT</b> (vertical tab)	43	2B	053	&#43;	+	75	4B	113	&#75;	K	107	71	153	&#107;	k
12	C	014	<b>FF</b> (NP form feed, new page)	44	2C	054	&#44;	,	76	4C	114	&#76;	L	108	72	154	&#108;	l
13	D	015	<b>CR</b> (carriage return)	45	2D	055	&#45;	-	77	4D	115	&#77;	M	109	73	155	&#109;	m
14	E	016	<b>SO</b> (shift out)	46	2E	056	&#46;	.	78	4E	116	&#78;	N	110	74	156	&#110;	n
15	F	017	<b>SI</b> (shift in)	47	2F	057	&#47;	/	79	4F	117	&#79;	O	111	75	157	&#111;	o
16	10	020	<b>DLE</b> (data link escape)	48	30	060	&#48;	0	80	50	120	&#80;	P	112	76	160	&#112;	p
17	11	021	<b>DC1</b> (device control 1)	49	31	061	&#49;	1	81	51	121	&#81;	Q	113	77	161	&#113;	q
18	12	022	<b>DC2</b> (device control 2)	50	32	062	&#50;	2	82	52	122	&#82;	R	114	78	162	&#114;	r
19	13	023	<b>DC3</b> (device control 3)	51	33	063	&#51;	3	83	53	123	&#83;	S	115	79	163	&#115;	s
20	14	024	<b>DC4</b> (device control 4)	52	34	064	&#52;	4	84	54	124	&#84;	T	116	80	164	&#116;	t
21	15	025	<b>NAK</b> (negative acknowledge)	53	35	065	&#53;	5	85	55	125	&#85;	U	117	81	165	&#117;	u
22	16	026	<b>SYN</b> (synchronous idle)	54	36	066	&#54;	6	86	56	126	&#86;	V	118	82	166	&#118;	v
23	17	027	<b>ETB</b> (end of trans. block)	55	37	067	&#55;	7	87	57	127	&#87;	W	119	83	167	&#119;	w
24	18	030	<b>CAN</b> (cancel)	56	38	070	&#56;	8	88	58	130	&#88;	X	120	84	170	&#120;	x
25	19	031	<b>EM</b> (end of medium)	57	39	071	&#57;	9	89	59	131	&#89;	Y	121	85	171	&#121;	y
26	1A	032	<b>SUB</b> (substitute)	58	3A	072	&#58;	:	90	5A	132	&#90;	Z	122	86	172	&#122;	z
27	1B	033	<b>ESC</b> (escape)	59	3B	073	&#59;	;	91	5B	133	&#91;	[	123	87	173	&#123;	{
28	1C	034	<b>FS</b> (file separator)	60	3C	074	&#60;	<	92	5C	134	&#92;	\	124	88	174	&#124;	
29	1D	035	<b>GS</b> (group separator)	61	3D	075	&#61;	=	93	5D	135	&#93;	]	125	89	175	&#125;	}
30	1E	036	<b>RS</b> (record separator)	62	3E	076	&#62;	>	94	5E	136	&#94;	^	126	90	176	&#126;	~
31	1F	037	<b>US</b> (unit separator)	63	3F	077	&#63;	?	95	5F	137	&#95;	_	127	91	177	&#127;	DEL

# Sayılar Nasıl Kodlanır?

- Onluk taban (*decimal*)

- 10 sembol bulunur: 0, 1, 2, ..., 8, ve 9
- 9'dan sonra yeni basamak gelir
  - Yani her bir basamak 10'un kuvvetidir
  - Günlük hayatta işlemleri için uygun olduğundan 10'luk taban kullanılmaktadır

$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

5	2	3
$10^2$	$10^1$	$10^0$

- İkilik Taban (*binary*)

- İki sembol bulunur: 0 ve 1
- 1'den sonra yeni kuvvet gelir
  - Yani her bir basamak 2'nin kuvvetidir.

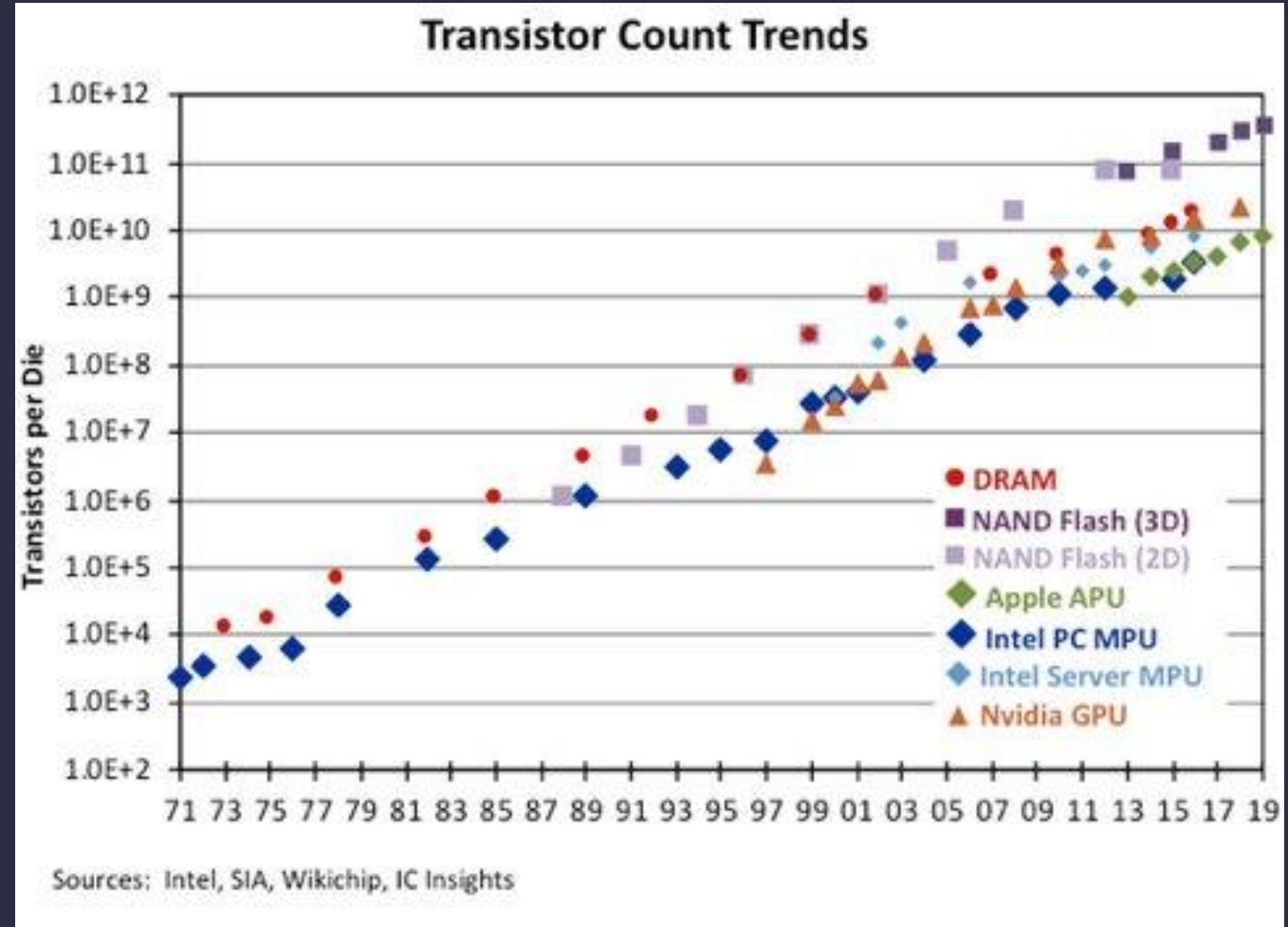
	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
			1	0	1

• + • = •  
•                                    •  
•                                    •  
•                                    •  
•                                    •  
•                                    •  
•                                    •  
•                                    •

4 + 1 = 5

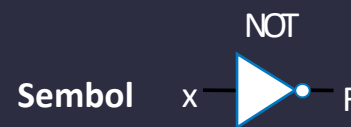
# Moore Kuralı

- Çip'deki transistör sayısı her 18 ay'da bir iki'ye katlanması kuralıdır.



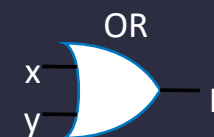
# Boolean Cebiri

- Transistör'ler ile Mantık Kapıları inşa edilmektedir

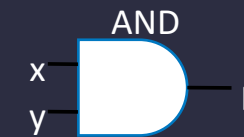


Doğruluk Tablosu

x	F
0	1
1	0

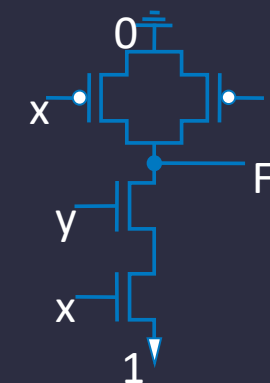
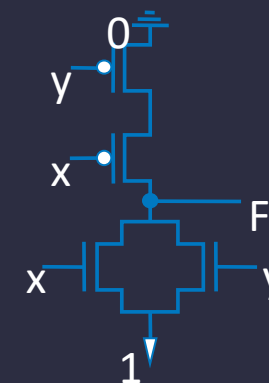
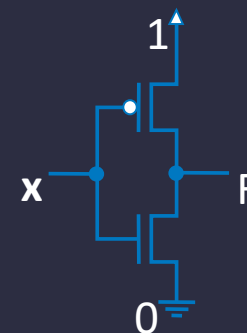


x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

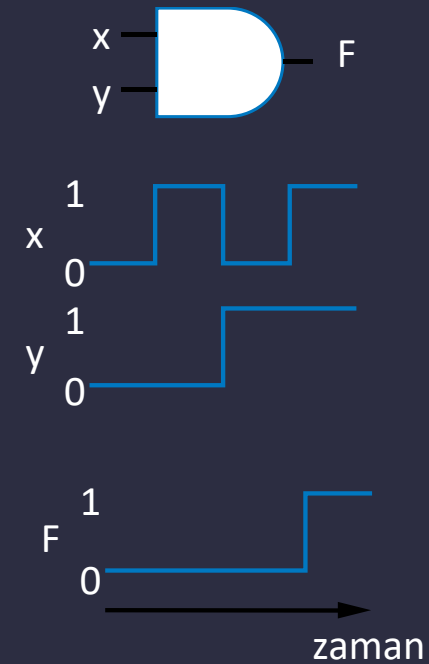
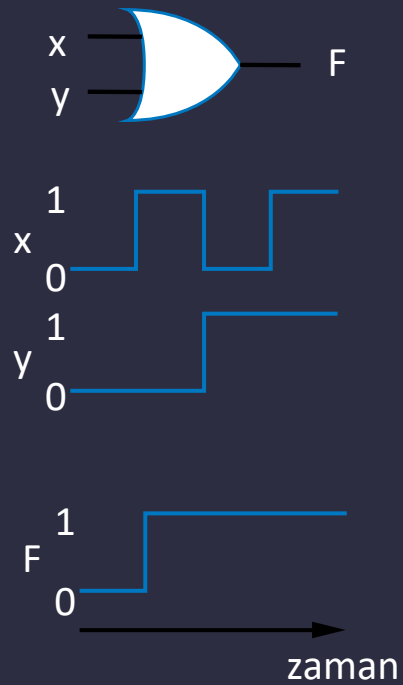
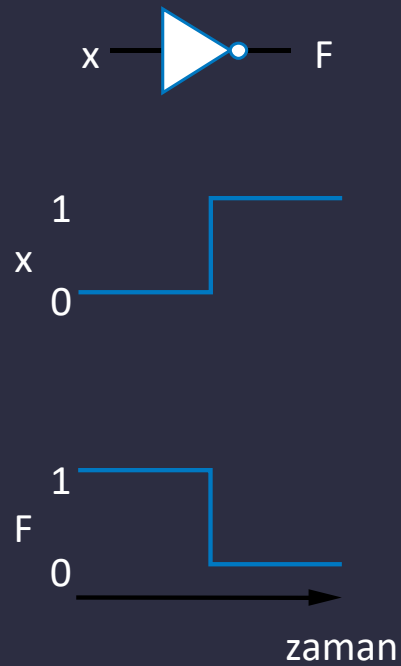


x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Transistor Devresi



# NOT/OR/AND Mantık Kapıları Zaman Diyagramı



# Boolean Cebri Örnek

- $a=1, b=1, c=1, d=0$  için

**$F = (a \text{ AND } b) \text{ OR } (c \text{ AND } d)$  sonucu nedir?**

- Cevap:  $F = (1 \text{ AND } 1) \text{ OR } (1 \text{ AND } 0) = 1 \text{ OR } 0 = 1.$

a	b	AND
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

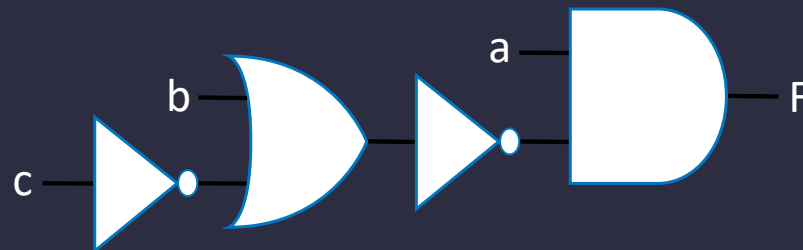
a	b	OR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

a	NOT
0	1
1	0

## Boolean Cebri Örnek

- Aşağıda verilen boolean denklemin devresini çiziniz

$$F = a \text{ AND NOT}( b \text{ OR NOT}(c))$$





# Boolean Cebri Özellikleri

- Değişim (Commutative)

- $a + b = b + a$
- $a * b = b * a$

- Dağıtım (Distributive)

- $a * (b + c) = a * b + a * c$
- $a + (b * c) = (a + b) * (a + c)$

- İlişkisel (Associative)

- $(a + b) + c = a + (b + c)$
- $(a * b) * c = a * (b * c)$

- Bütünleyici (Complement)

- $a + a' = 1$
- $a * a' = 0$

# Boolean Cebri Özellikleri

## Örnek

- $abc + abc' = ab$ 
  - Dağılma Özelliği
    - $abc + abc' = ab(c+c')$ .
  - Tümlleme Özelliği
    - $c+c'$  1 ile değiştirildi:  $ab(c+c') = ab(1)$ .
    - $ab(1) = ab*1 = ab$ .

# Boolean Cebri

- Sabit'ler ile işlemler

- $a + 1 = 1$
- $a + 0 = a$
- $a * 1 = a$
- $a * 0 = 0$

- Etkisiz İşlemler

- $a + a = a$
- $a * a = a$

- Tersini alma

- $(a')' = a$

- DeMorgan Kuralı

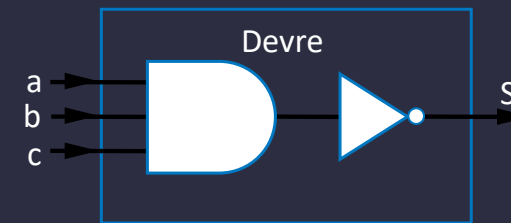
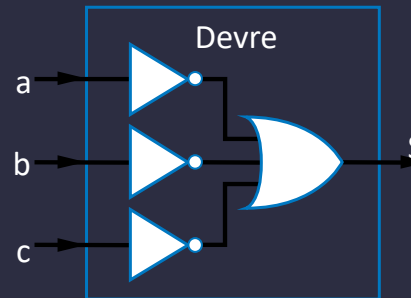
- $(a + b)' = a'b'$
- $(ab)' = a' + b'$

- Başlangıç devresi

- $S = a' + b' + c'$

- Dönüşüm

- $a' + b' + c'$
- $((a' + b' + c'))'$
- $S = (abc)'$



## Doğruluk Tabloları

- F çıkışı göstermektedir.

- 2- girişte: 4 satır
- 3- girişte: 8 satır
- 4- girişte: 16 satır

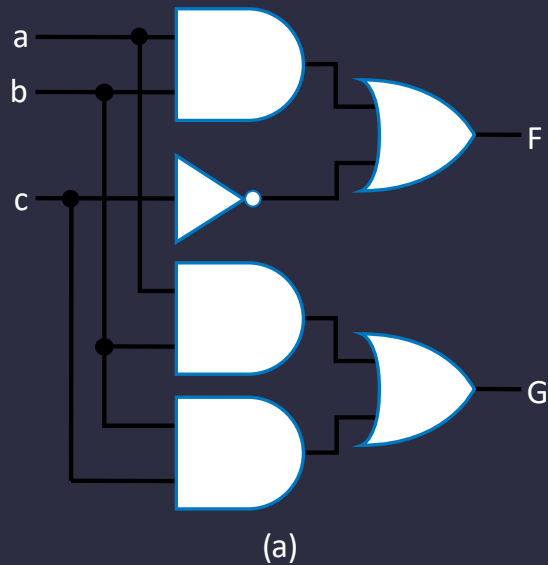
a	b	F
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

a	b	c	F
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

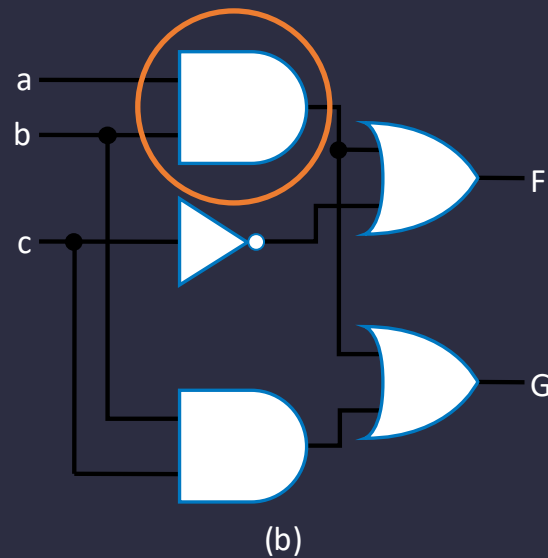
a	b	c	d	F
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	

# Devre Ortak Kullanımı

- Örnek:  $F = ab + c'$ ,  $G = ab + bc$



Örnek 1: Ayrı Kullanım



Örnek 2: Ortak Kullanım